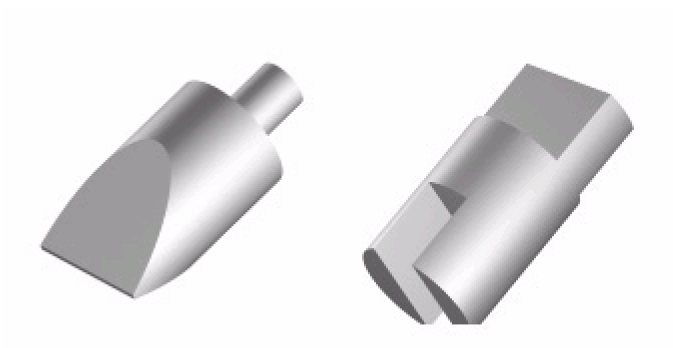
第五章 相贯线

5.1 平面与立体表面的交线

用平面截切立体，其截平面与立体表面的交线，称为截交线。截交线围成一个封闭的多边形平面为截断面，在图上画出截交线的目的就是为在投影图上求出截断面的投影。图 4-1 所示为平面与回转体表面相交的情况，其中（a）为触头的端部，（b）为接头的槽口和凸榫。



（a）　　　　　　　　　　（b）

图 4-1　平面与回转体表面相交

5.1.1 平面与平面立体相交

平面与平面立体相交所产生的交线，实际上就是不完整的平面立体的棱线。下面以图 4-2（b）所示的带缺口的三棱锥为例来说明交线的画法。缺口是由一个水平面和一个正垂面切割三棱锥而形成的。因水平截面平行于底面，所以它与前棱面的交线 *DE* 必平行于底边 *AB*，与后棱面的交线 *DF* 必平行于底边 *AC*。正垂面分别与前、后棱面相交于直线 *GE*、*GF*。由于两个截平面都垂直于正面，所以它们的交线 *EF* 一定是正垂线。

作图过程如图 4-2（a）所示。

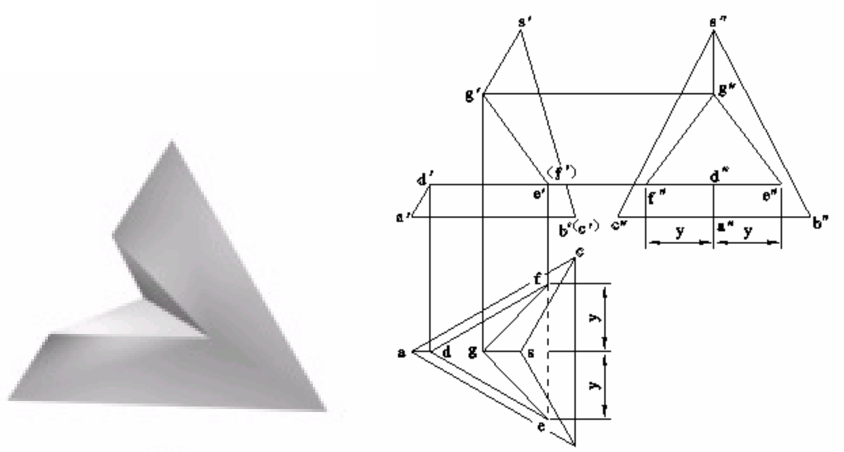


图 4-2　带缺口的三棱锥及作图过程

因这两个截平面都垂直于正面，所以 $d'e'$、$d'f'$和 $g'e'$、$g'f'$都分别重合在它们的有积聚性的正面投影上，$e'f'$则位于它们的有积聚性的正面投影的交点处。在正投影中应标注出这些交线的投影。

（1）由 d'在 sa 上作出 d，由 d 作 $de//ab$，$df//ac$，再分别由 e'、f'在 de、df 上作出 e、f，由 $d'e'$和 $d'f'$、df 作出 $d''e''$、$d''f''$，它们都重合在水平截面的积聚成直线的侧面投影上。

（2）由 g'分别在 sa、$s''a''$上作出 g、g''，并分别与 e、f 和 e''、f''连成 ge、gf 和 $g''e''$、$g''f''$。

（3）连接 e 和 f，因 ef 被三个棱面 SAB、SBC、SCA 的水平投影所遮而不可见，故画成虚线。$e''f''$重合在水平截面的积聚成直线的侧面投影上。

5.1.2　平面与回转体表面相交

平面与回转体相交时，截交线是截平面与回转体表面的共有线。因此，求截交线的过程可归结为求出截平面和回转体表面的若干共有点，然后依次光滑地连接成平面曲线。为了确切地表示截交线，必须求出其上的某些特殊点，如回转体转向线上的点以及截交线的最高点、最底点、最左点、最右点、最前点和最后点等。

（1）正圆柱的截交线

根据截切平面与圆柱的相对位置不同，截交线有三种不同情况，见表 4-1。

表 4-1　平面与圆柱的交线

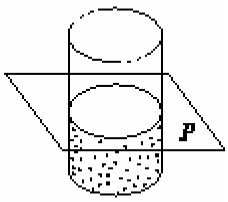
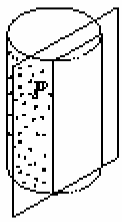
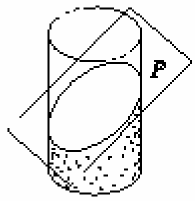
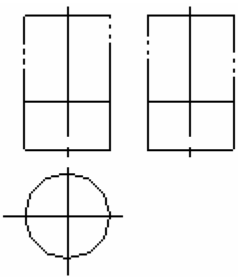
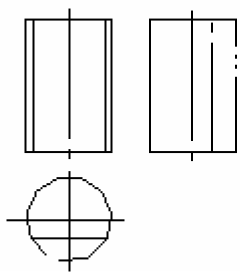
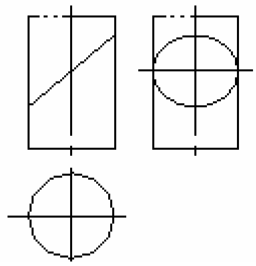
截切平面位置	垂直于轴线	平行于轴线	倾斜于轴线
轴测图			
投影图			
截交线	圆	平行二直线(连同与上下底面的交构成一矩形)	椭圆

图 4-3 所示为圆柱面被倾斜于轴线的平面截切，截交线是椭圆。该椭圆的正面投影重影为一条直线；水平投影重影于圆柱面的投影上；而侧面投影，在一般情况下仍是椭圆（当 a=45°时为圆），但不反映实形。作图时，可按在圆柱面上取点的方法，先找出椭圆长、短轴的端点（A、B、C、D），然后再作一些中间点（如点 E、F），并把它们光滑地连接起来即可。作图过程见图 4-3。

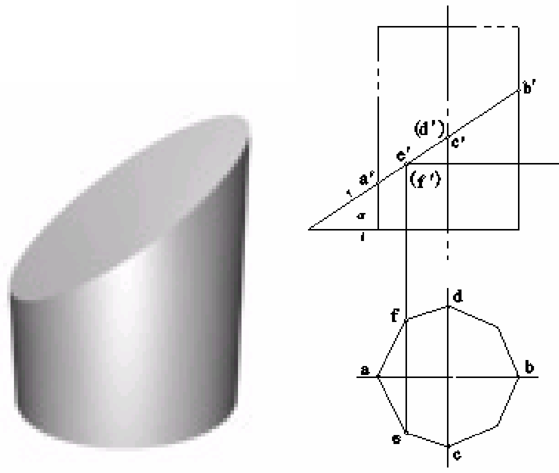


图 4-3 平面斜截圆柱

图 4-4 是圆柱体被水平面和侧平面截去一角，在圆柱面上形成两部分截交线。水平面与圆柱的轴线垂直，截交线应是一个圆。由于水平面没有把圆柱全部截掉，所以是个弓形，它在俯视图上的投影反映实形，其宽度为 *A*。水平面在左视图上的投影积聚成一条直线段，其宽度也为 *A*。侧平面与圆柱面的轴线平行，截断面为一矩形，其水平投影积聚成宽度为 *A* 的直线段，侧面投影反映实形，即宽度为 *A* 的矩形。

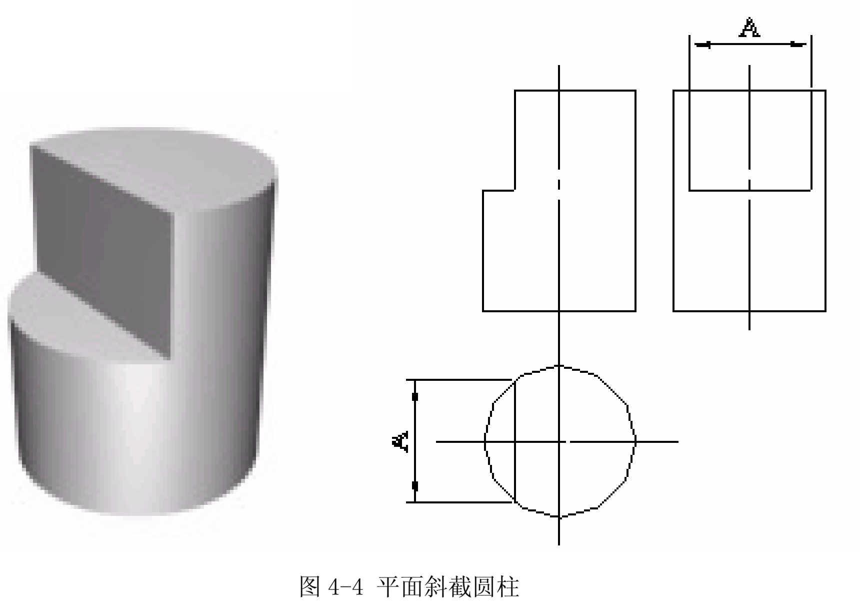


图 4-4 平面斜截圆柱

图 4-5 是四棱柱和圆柱相交，可分析为棱柱的四个平面与圆柱相交。四棱柱的两个平面与圆柱轴线平行，另两个平面与轴线垂直。四段截交线分别为两段直线和两段圆弧，四段线连起来好似一块瓦片轮廓。请读者分析这四段线在三个视图上的投影。应当注意，四棱柱和圆柱体本是一个物体，因而中间一段圆柱的轮廓素线是没有的。

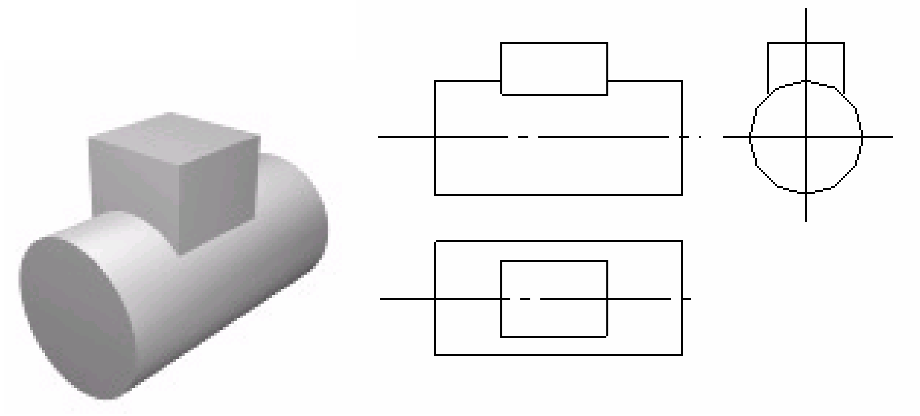


图 4-5 四棱柱与圆柱相交

图 4-6 所示带方孔的圆柱也可分析为四个平面与圆柱相交。还可以设想把图 4-5 中的四棱柱从圆柱上移去而形成方孔，两者的投影情况是一样的。构成方孔的四个平面中，两个为矩形，另两个为前后边是直线而上下边是圆弧的鼓形。在主视图上，矩形反映实形，鼓形积聚成直线。鼓形的投影除两端圆弧部分前方边缘可见外，其余均不可见，故用虚线画出。在左视图上，矩形积聚成直线段，鼓形反映实形，但全部不可见，皆用虚线画出。

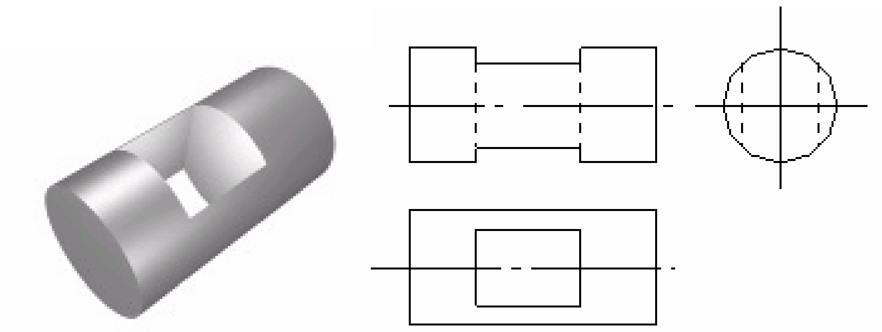
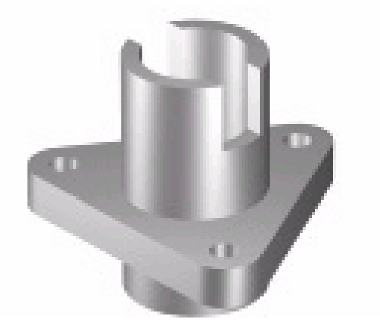


图 4-6 带方孔的圆柱

例 4.1　图 4-7（a）表示套筒上部有一切口，这个切口可看作是由三个平面截切圆筒而形成的，为便于分析，可将圆筒简化，如图 4-7（b）所示。现已知切口的正面投影，试作出其水平投影和侧面投影。

解：切口是由一个水平面和两个侧平面截切圆柱体形成的。在正面投影中，三个平面均积聚为直线；在水平投影中，两个侧平面积聚为直线，水平面为带圆弧的平面图形，且反映实形；在侧面投影中，两个侧平面为矩形且反映实形，水平面积聚为直线（被圆柱面遮住的一段不可见，应画成虚线）。应当指出，在侧面投影中，圆柱面上侧面的轮廓素线被切去的部分不应画出。有切口的空心圆柱，其投影如图 4-7（c）所示。



（a）

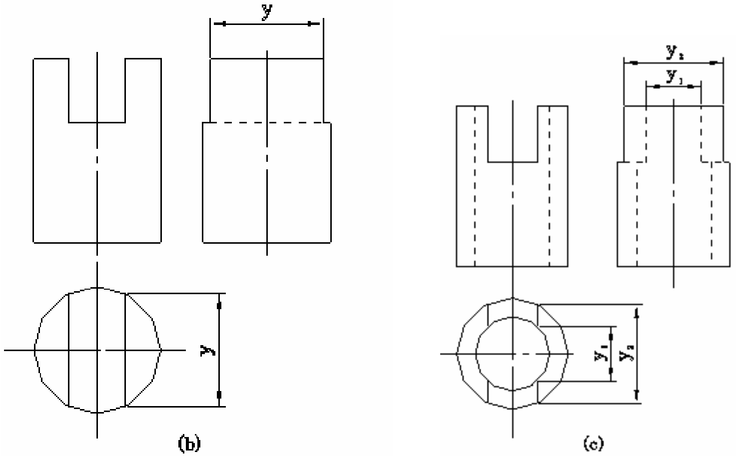
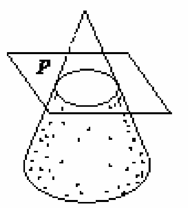
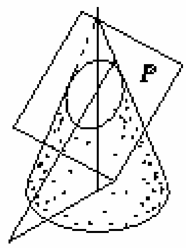
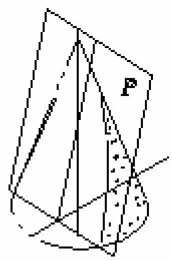
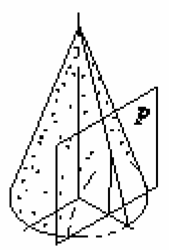
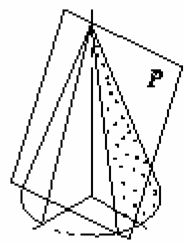
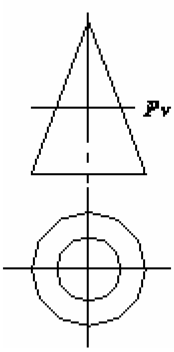
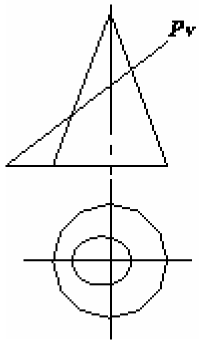
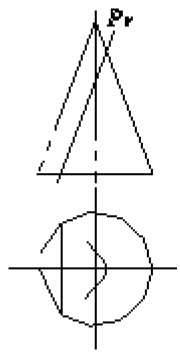
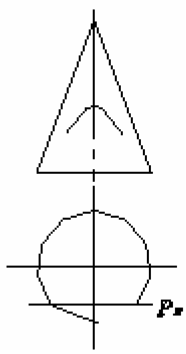
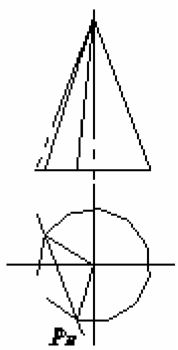


图 4-7　套筒切口部分的截交线

（2）正圆锥的截交线

当平面与圆锥相交时，由于平面对圆锥的相对位置不同，其截交线可以是圆、椭圆、抛物线或双曲线，这四种曲线总称为圆锥曲线；当截切平面通过圆锥顶点时，其截交线为过锥顶的两直线。参看表 4-2。

表 4-2 平面与圆锥的交线

截面位置	垂直于轴线	与所有素线相交	平行于一条素线	平行于轴线	过锥顶
截交线	圆	椭圆	抛物线	双曲线	相交二直线（连同与锥底面的交线为一三角形）
轴测图					
投影图					

关于圆和椭圆的投影特性前面已经讲过，这里不再赘述。而抛物线的投影一般仍为抛物线，双曲线的投影一般仍为双曲线。

例 4.2　在图 4-8（a）所示的零件中，箭头所指部位为圆锥上的缺口，简化后如图 4-8（b）所示，已知切口的正面投影求其它两个投影。

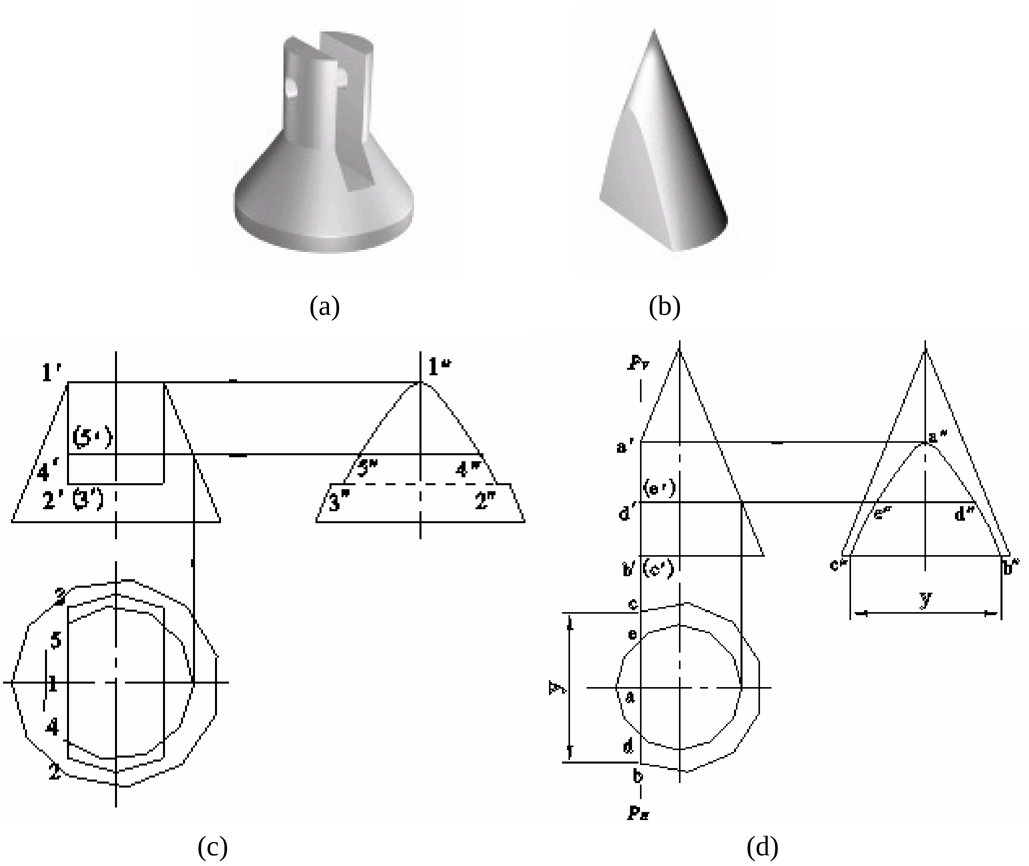


图 4-8 圆锥切口的投影

解：切口可以看作是由一个水平面和两个侧平面截切圆锥而成。水平面截切圆锥得一带有圆弧的平面图形（截交线是两段圆弧），两个侧平面截切圆锥各得一双曲线。

关于双曲线的作图方法如图 4-8（c）所示，截交线的正面投影和水平投影都重影成一条直线，仅需求其侧面投影。作图时，首先找特殊点，离锥顶最近的点 A 为最高点，最远的 *B*、*C* 为最低点，已知点 *A* 的正面投影 *a'*在轮廓素线上，可利用面上取点的方法，在轮廓素线的相应投影上，求得 *a*，*a''*，最低点 *B*、*C* 在底圆上，已知 *b'*、*c'*和 *b*、*c* 就可作出侧面投影。在最高点和最低点之间再找一些中间点，例如作一辅助线（或辅助面）求出 *D*、*E* 两点的三个投影，依次连接各点即可。

如图 4-8（b）所示，切口的正面投影积聚成直线；在水平投影中，两条双曲线均重影为直线，带圆弧的平面图形反映实形；切口的侧面投影为两条双曲线，它们反映实形且重合，带圆弧的平面图形积聚成一直线，其中被圆锥表面遮住的一段因不可见，画成虚线，而圆锥的轮廓素线被切去的部分，不应画出。

（3）圆球体的截交线

平面与圆球相交，不论平面与圆球的相对位置如何，其截交线都是圆。但由于截切平面对投影面的相对位置不同，所得截交线（圆）的投影不同。

在图 4-9 中，圆球被水平面截切，所得截交线为水平圆，该圆的正面投影和侧面投影重影成一条直线（如 *a'b'*、*c''d''*），该直线的长度等于所截水平圆的直径，其水平投影反映该圆

实形。截切平面距球心愈近（*h* 愈小），圆的直径（*d*）愈大；*h* 愈大，其直径愈小。实例见图 4-10 所示螺钉头部圆球切口的投影。

如果截切平面为投影面的垂直面，则截交线的两个投影是椭圆。

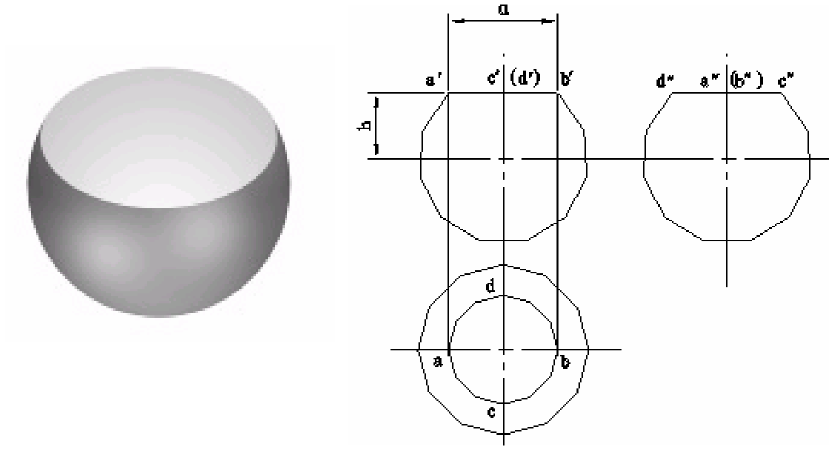


图 4-9　水平面截圆球

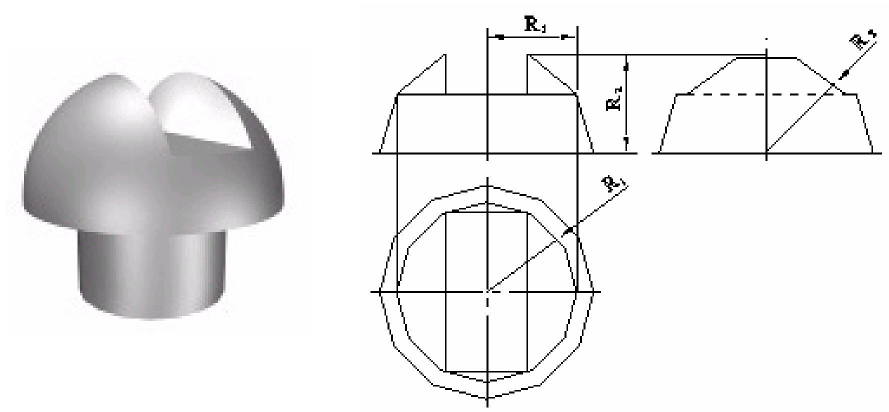


图 4-10　圆球切口的投影

（4）组合回转体的截交线

组合回转体可看成由若干几何体所组成。求平面与组合回转体的截交线就是分别求出平面与各个几何体的截交线。

例 4.3　图 4-11 所示的连杆头，为组合回转体被平行于轴线的两对称平面（正平面）切去前、后部分而形成的，试求它们的截交线。

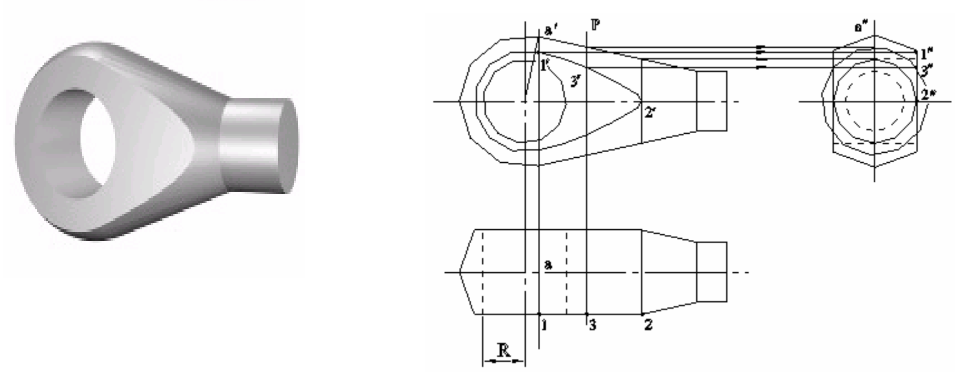


图 4-11 连杆头截交线的投影

解：① 分析几何体　连杆的头部由圆球、圆锥及圆柱所组成。圆球和圆锥的分界面为经过切点 *A* 的侧平面（圆）。

从水平投影可以看出，两截切平面的水平投影和侧面投影均积聚为直线，故只需求作截交线的正面投影。

② 求截交线　截切平面（正平面）与圆球的截交线为半径等于 *R* 的圆。该圆的正面投影反映实形，但只能画到分界面上的点 *1′* 为止。截切平面与圆锥的截交线为一双曲线。可从有积聚性的水平投影上得到平面曲线的最右点Ⅱ（*2*、*2′*、*2″*），再在点Ⅰ和点Ⅱ之间求出若干个一般点，如图 4-11 所示，作辅助的侧平面 *P*，求出点Ⅲ（*3*、*3′*、*3″*）。然后依次光滑地连接这些点的正面投影即为所求。由于平面与圆柱无截交线，因而全部截交线是由圆弧和双曲线组成的封闭曲线。

5.2 两回转体的表面相交

在一些机件上，常常会见到两个立体表面的交线，最常见的是两回转体表面的交线。两相交立体的表面交线，称为相贯线。把这两个立体看作一个整体，称为相贯体。例如，在图 4-12 所示的三通管上，就有两个圆柱的相贯线。在一般情况下，两曲面立体的相贯线是封闭的空间曲线；在特殊情况下，可能是不封闭的，也可能是平面曲线或直线。

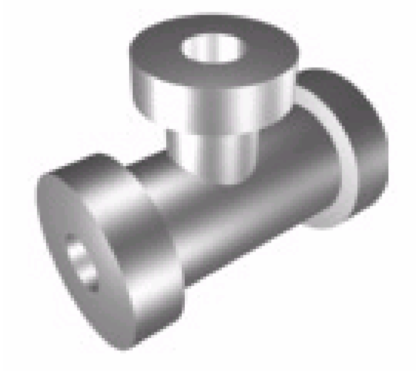


图 4-12　两曲面立体的相贯线

两曲面立体的相贯线是两曲面立体表面共有点集合而成的共有线，相贯线上的点是两曲面立体表面的共有点。

求作两曲面立体的相贯线的投影时，一般是先作出两曲面立体表面上的一些共有点的投影，再连成相贯线的投影。通常可用辅助面来求作这些点，也就是求出辅助面与这两个立体表面的三面共点，即为相贯线上的点。辅助面可用平面、球面等。当两个立体中有一个立体表面的投影具有积聚性时，可以用在曲面立体表面上取点的方法作出这些点的投影。在求作相贯线上的这些点时，与求作曲面立体的截交线一样，应在可能和方便的情况下，适当地作出一些在相贯线上的特殊点，即能够确定相贯线的投影范围和变化趋势的点，如相贯体的曲面投影的转向轮廓线上的点，以及最高、最低、最左、最右、最前、最后点等，然后按需要再求作相贯线上一些其它的一般点，从而准确地连得相贯线的投影，并表明可见性。只有一段相贯线同时位于两个立体的可见表面上时，这段相贯线的投影才是可见的；否则，就不可见。

本节用表面取点法和辅助平面法阐述了一些常见的两回转体的相贯线画法。

一、表面取点法

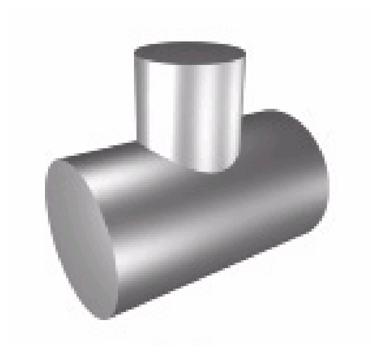
两回转体相交，如果其中有一个是轴线垂直于投影面的圆柱，则相贯线在该投影面上的投影，就重合在圆柱面的有积聚性的投影上。于是求圆柱和另一回转体的相贯线投影的问题，可以看作是已知另一回转体表面上的线的一个投影求其它投影的问题，也就可以在相贯线上取一些点，按已知曲面立体表面上的点的一个投影，求其它投影的方法，即表面取点法，作出相贯线的投影。

如图 4-13 所示，求作两正交圆柱的相贯线的投影。

两圆柱的轴线垂直相交，有共同的前后对称面和左右对称面，小圆柱全部穿进大圆柱。因此，相贯线是一条封闭的空间曲线，且前后对称和左右对称。

由于小圆柱面的水平投影积聚为圆，相贯线的水平投影便重合在其上；同理，大圆柱面的侧面投影积聚为圆，相贯线的侧面投影也就重合在小圆柱穿进处的一段圆弧上，且左半和右半相贯线的侧面投影相互重合。于是问题就可归结为已知相贯线的水平投影和侧面投影，求作它的正面投影。因此，可采用在圆柱面上取点的方法，作出相贯线上的一些特殊点和一般点的投影，再顺序连成相贯线的投影。

通过上述分析，可想象出相贯线的大致情况，立体图及作图过程如图 4-13。



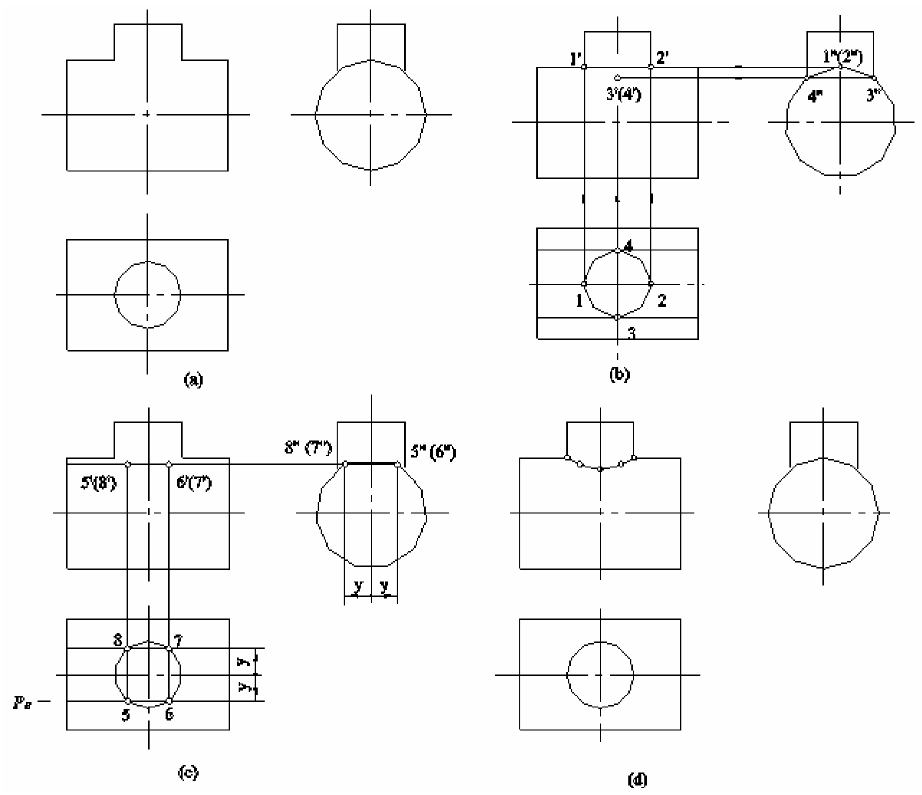


图 4-13　作两正交圆柱的相贯线的投影

（1）作特殊点　先在相贯线的水平投影上，定出最左、最右、最前、最后点 I、II、III、IV 的投影 1、2、3、4，再在相贯线的侧面投影上相应地作出 $1''$、$2''$、$3''$、$4''$。由 1、2、3、4 和 $1''$、$2''$、$3''$、$4''$作出 $1'$、$2'$、$3'$、$4'$。可以看出：I、II 和 III、IV 分别是相贯线上的最高、最低点。

（2）作一般点　在相贯线的侧面投影上，定出左右、前后对称的四个点 V、VI、VII、VIII 的投影 $5''$、$6''$、$7''$、$8''$，由此可在相贯线的水平投影上作出 5、6、7、8。由 5、6、7、8 和 $5''$、$6''$、$7''$、$8''$即可作出 $5'$、$6'$、$7'$、$8'$。

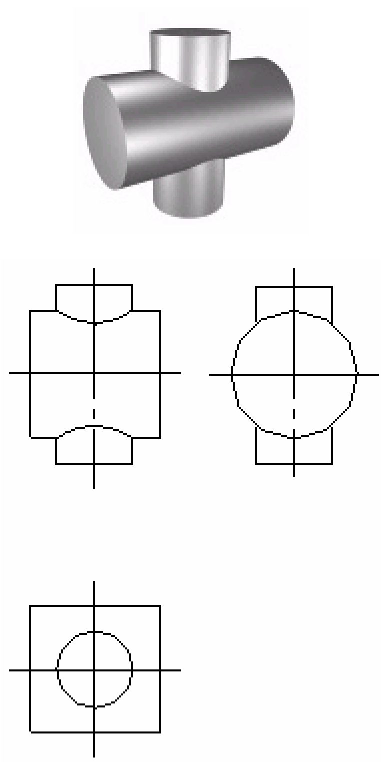
（3）按相贯线水平投影所显示的诸点的顺序，连接诸点的正面投影，即得相贯线的正面投影。对正面投影而言，前半相贯线在两个圆柱的可见表面上，所以其正面投影 $1'$、$5'$、$3'$、$6'$、$2'$为可见，而后半相贯线的投影 $1'$、$7'$、$4'$、$8'$、$2'$为不可见，与前半相贯线的可见投影相重合。

两轴线垂直相交的圆柱，在零件上是最常见的，它们的相贯线一般有图 4-14 所示的三种形式：

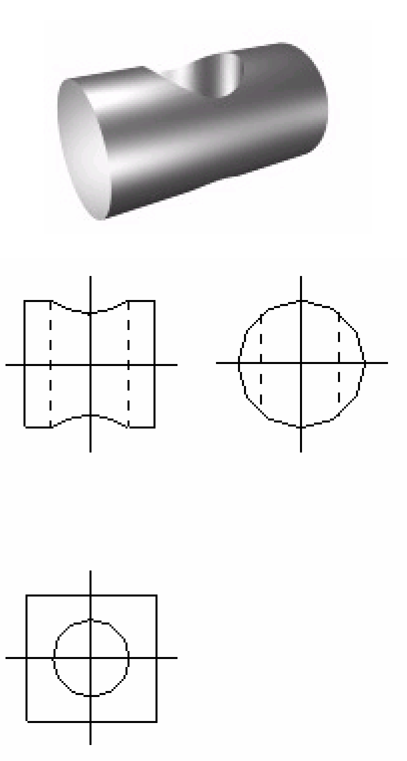
（1）图 4-14（a）表示小的实心圆柱全部贯穿大的实心圆柱，相贯线是上下对称的两条封闭的空间曲线。

（2）图 4-14（b）表示圆柱孔全部贯穿实心圆柱，相贯线也是上下对称的两条封闭的空间曲线，就是圆柱孔的上下孔口曲线。

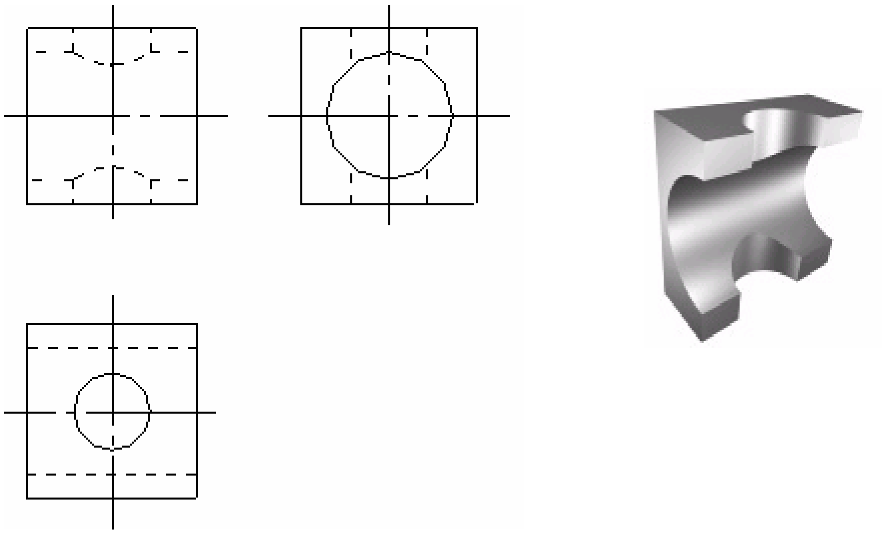
（3）图 4-14（c）所示的相贯线，是长方体内部两个孔的圆柱面的交线，同样是上下对称的两条封闭的空间曲线。在投影图右下方所附的是这个具有圆柱孔的长方体被切割掉前面一半后的立体图。



(a)两实心圆柱相交



（b）圆柱孔与实圆柱相交



（c）两圆柱孔相交

图 4-14 两圆柱相交

以上三个投影图中所示的相贯线，具有同样的形状，其作图方法也是相同的。为了简化作图，可用如图 4-15 所示的圆弧近似代替这段非圆曲线，圆弧半径为大圆柱半径。必须注意根据相贯线的性质，其圆弧弯曲方向应向大圆柱轴线方向凸起。

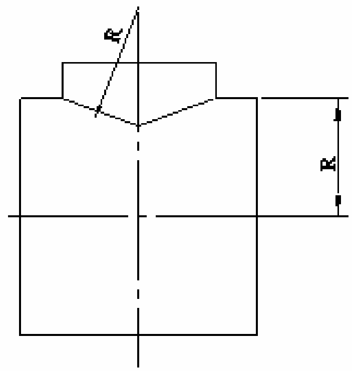


图 4-15 相贯线的近似画法

二、辅助平面法

求作两曲面立体的相贯线时，假设用辅助平面截切两相贯体，则得两组截交线，其交点是两个相贯体表面和辅助平面的共有点（三面共点），即为相贯线上的点，如图 4-17 所示。

为了能简便地作出相贯线上的点，一般应选用特殊位置平面作为辅助平面，并使辅助平面与两曲面立体的交线为最简单，如交线是直线或平行于投影面的圆，如图 4-17 所示。

下面以图 4-16 所示相贯体实例中圆柱和锥台相贯为例来进行分析，并说明作图过程。

将图 4-16 所示相贯体简化为图 4-17 和图 4-18 所示的圆柱和圆锥相贯。由图可见相贯线是一条封闭的空间曲线，且前后对称，前半、后半相贯线正面投影相互重合。又由于圆柱面的侧面投影积聚为圆，相贯线的侧面投影也必重合在这个圆上。因此，相贯线的侧面投影是已知的，正面投影和水平投影是要求作的。

为了使辅助平面能与圆柱面、圆锥面相交于素线或平行于投影面的圆，对圆柱而言，辅助平面应平行或垂直于轴线；对圆锥而言，辅助平面应垂直于轴线或通过锥顶。综合以上情况，只能选择如图 4-17 所示的两种辅助平面。

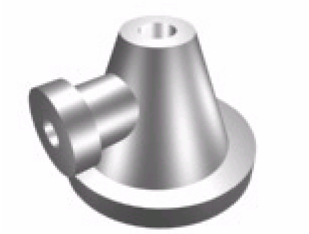
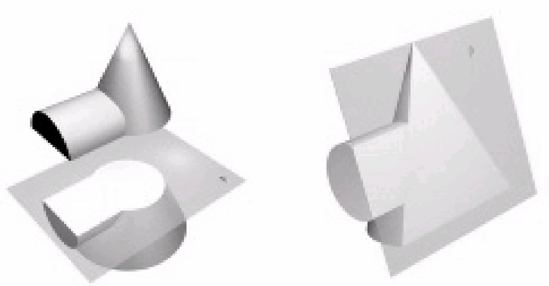


图 4-16 从实例看相贯线的大致情况



（a）平行于柱轴，垂直于锥轴　（b）通过锥顶，平行于柱轴

图 4-17 选择辅助平面

（1）平行于柱轴，且垂直于锥轴，即水平面（图 4-17（a））。

（2）通过锥顶，且平行于柱轴，即通过锥顶的侧垂面或正平面（图 4-17（b））。

根据上述分析，作图过程如图 4-18 所示。

（1）如图 4-18（b）。通过锥顶作正平面 N，与圆柱面相交于最高和最低两素线，与圆锥面相交于最左素线，在它们的正面投影的相交处作出相贯线上的最高点 I 和最低点 II 的正面投影 $1'$和 $2'$。由 $1'$、$2'$分别在 N_H 和 N_W 上作出 1、2 和 $1''$、$2''$。

通过柱轴作水平面 P，与圆柱面相交于最前、最后两素线，与圆锥面相交于水平面，在它们的水平投影相交处，作出相贯线上的最前点 III 和最后点 IV 的水平投影 3 和 4。由 3、4 分别在 P_V、P_W 上作出 $3'$、$4'$（$3'$、$4'$相互重合）和 $3''$、$4''$。

由于 3 和 4 就是圆柱面水平投影的轮廓转向线的端点，也就确定了圆柱面水平投影的轮廓转向线的范围。

（2）如图 4-18（c），通过锥顶作与圆柱面相切的侧垂面 Q，与圆柱面相切于一条素线，其侧面投影积聚在 Q_W 与圆柱面侧面投影的切点处；与左圆锥面相交于一条素线，其侧面投影与 Q_W 相重合。这两条素线的交点 V，就是相贯线上的点，其侧面投影 $5''$就重合在圆柱面的切线的侧面投影上。由 Q 面与圆柱面的切线和 Q 面与圆锥面的交线的侧面投影，作出它们的水平投影，其交点就是点 V *的*水平投影 5，再由 5 和 $5''$作出 $5'$。

同理，通过锥顶作与圆柱面相切的侧垂面 S，也可作出相贯线上点 VI 的三面投影 $6''$、6 和 $6'$。点 V 和 VI 是相贯线上的一对前后对称点。

V 点和 VI 点，诸多教材上将其作为最右点的近似解。

按侧面投影中诸点的顺序，把诸点的正面投影和水平投影分别连成相贯线的正面投影和水平投影。按照“只有同时位于两个立体可见表面上的相贯线，其投影才可见”的原则，可以判断：*35164* 可见；*2* 不可见；*1'2'3'5'*可见 *4'6'*不可见，且与 *3'5'*重合。

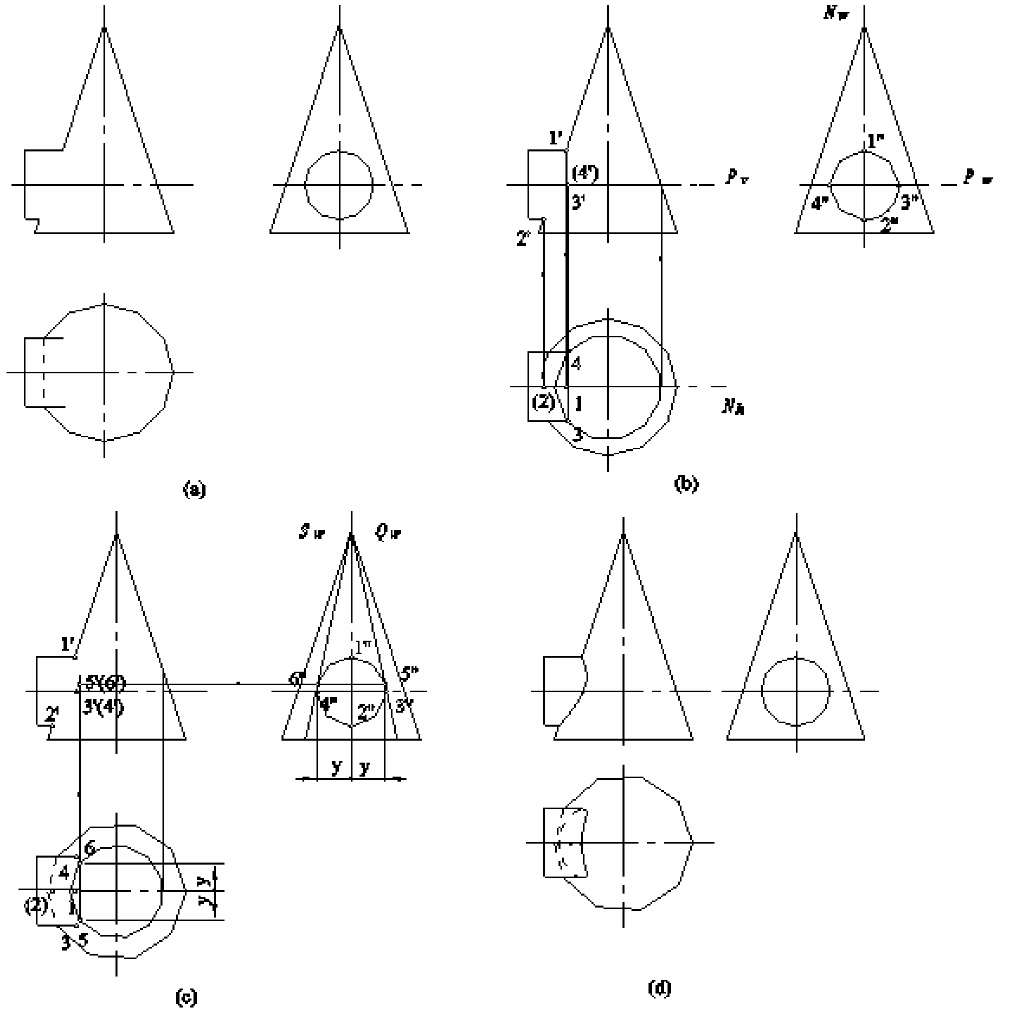


图 4-18　 作圆柱和圆锥的相贯线投影

根据圆柱和圆锥的相对位置可以看出，圆柱面的最前、最后素线的水平投影是可见的，所以在圆锥面的水平投影范围内的圆柱面水平投影的转向轮廓线是可见的。

作图结果见图 4-18（d）。

三、相贯线的特殊情况

在一般情况下，两回转体的相贯线是空间曲线，但在一些特殊情况下，也可能是平面曲线或直线。下面介绍相贯线为平面曲线的两种比较常见的特殊情况。

（1）两圆柱轴线相交、直径相等时，其相贯线是两个椭圆，若椭圆是投影面垂直面，其投影积聚成直线段。如图 4-19、图 4-20 所示。

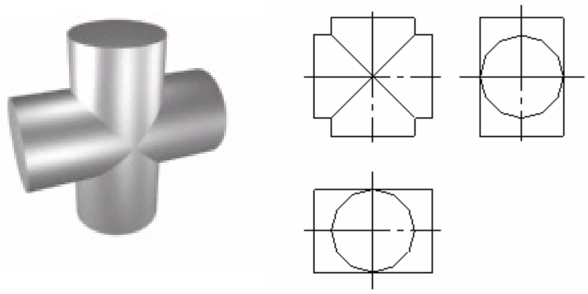


图 4-19 两圆柱轴线正交，直径相等

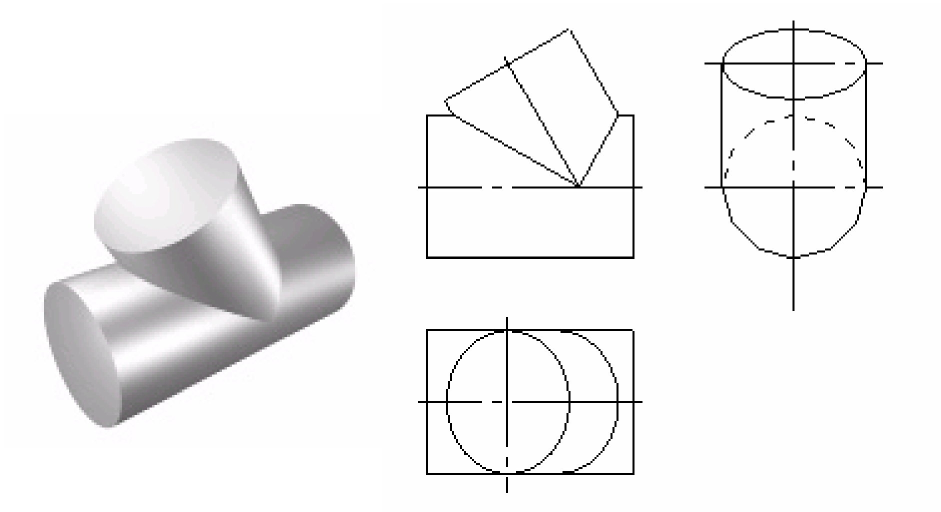


图 4-20 两圆柱轴线斜交，直径相等

（2）两个同轴回转体的相贯线，是垂直于轴线的圆，如图 4-21 所示的圆柱和圆球相贯体；图 4-22 所示为圆柱、圆球和圆锥相贯，由于它们的轴线都是铅垂线，故相贯线均为水平圆。

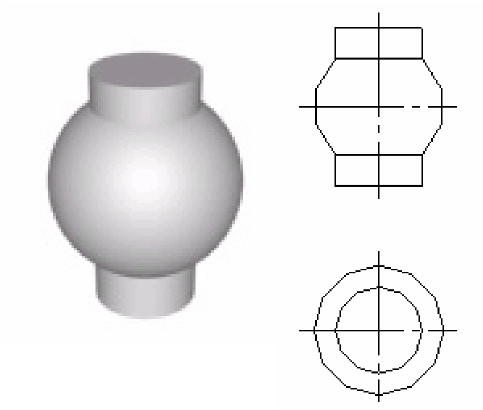


图 4-21 同轴回转体的相贯线

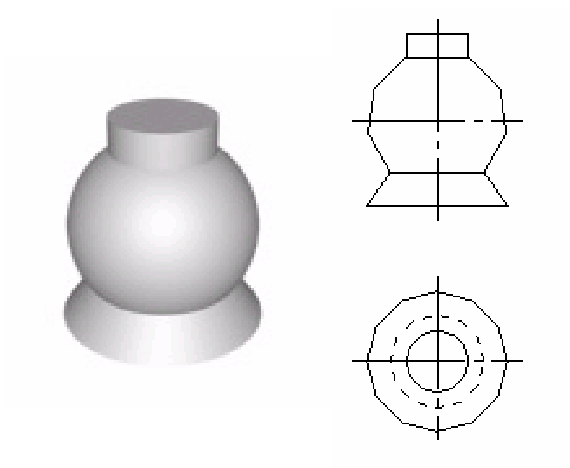


图 4-22 同轴回转体的相贯线

5.3 多个立体相交相贯线的画法

前面已经介绍了两立体相交时，相贯线的情况及作投影的方法。而实际零件是多个立体的组合，其零件上常常出现三个或三个以上立体相交的情况，在它们的表面上既有相贯线又存在截交线，此时交线比较复杂。但作图方法与两立体表面交线求作方法相同，只是在作图前，需对零件进行形体分析，弄清各块形体的形状，表面性质和它们之间的相对位置，将它们分解成若干个简单的两形体的相贯问题和平面与立体截交问题，然后逐个作出它们的交线最后将各交线在结合点（三面共点）处分界。

例 4.4　图 4-23 所示为汽车刹车总泵泵体，取其左端部分进行交线分析和作图。

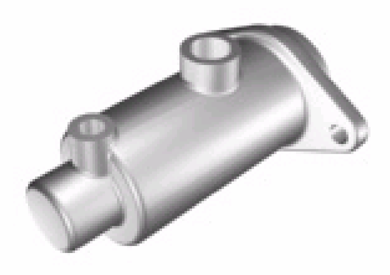


图 4-23 汽车刹车总泵泵体

解：（1）分析几何形体及其相互位置关系，判断哪些表面之间有交线，并分析交线趋势，做到心中有数。

从图 4-24 可看出，泵体左端由三个圆柱Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ组成。其中Ⅰ与Ⅱ是大、小两圆柱同轴叠加，没有交线；Ⅲ与Ⅰ和Ⅲ与Ⅱ都是正交关系，应有交线。因为圆柱Ⅲ的直径较小，所以两条交线应该分别向圆柱Ⅰ及Ⅱ轴线方向凸起。

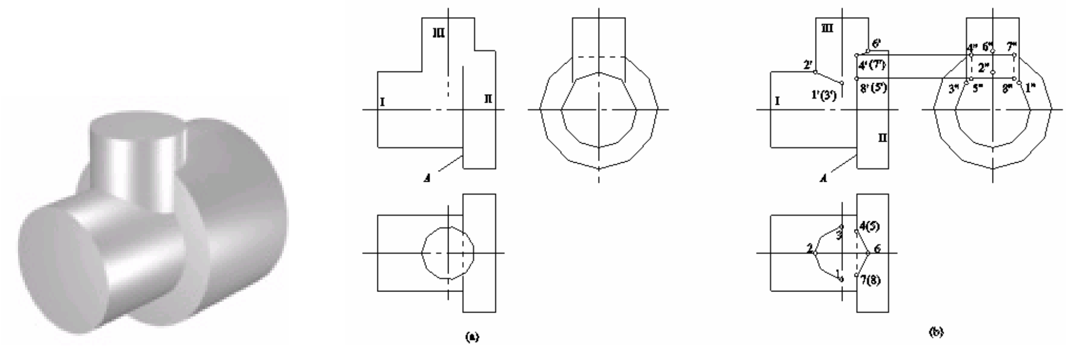


图 4-24　多个形体相交

此外，圆柱Ⅱ的左端面 *A* 与圆柱Ⅲ也是相交关系，应该有交线（截交线）。因为平面 *A* 与圆柱Ⅲ的轴线平行，所以交线是两条直线。

（2）作图。先根据从实物上量得的各形体的尺寸，画出它们的三视图（图 4-24（a））再按照上述分析，逐个地画出各形体之间的交线（图 4-24（b））。例如可用圆弧代替相贯线的近似画法，先画出圆柱Ⅲ与圆柱Ⅰ的交线，再画出圆柱Ⅲ与Ⅱ的交线，最后再画出平面 A 与圆柱Ⅲ的交线。平面 *A* 与圆柱Ⅲ的交线是两条垂直于水平面的直线，它们的水平投影积聚成点 *4≡5* 和 *7≡8*。它们的侧面投影 *4″*和 *5″*和 *7″8″*可根据等宽关系得出。它们的正面投影

是一铅直线段 *4′5′*和 *7′8′*（位于两段曲交线之间）。因为从左向右看时，直线 *4″5″*和 *7″8″*位于圆柱III的不可见表面上，所以在左视图上应该是虚线。